BAREM DE CORECTARE – clasa a VI – a

SUBIECTUL I

a) Fie a, b și c trei numere raționale nenule direct proporționale cu 2, 3, respectiv 5. Arătați că: $\frac{368}{2025} < \frac{5a-b-c}{6a+3b-2c} < \frac{369}{2026}$;

b) Determinați perechile de numere întregi (x, y), știind că $xy - 5x + 6 = 0$;

c) Se consideră numerele $a = 3^2 + (-3)^2 - (-3)^0, b = -5 \cdot (-2)^2 - 6 \cdot (-2^2) + 1^{2026}$ și $c = 0^{2026} + 3 \cdot (-2)^3 - (-2^3)$. Calculați $a^2 + a \cdot b - a \cdot c$.

OFICIU	1p
a) $a = 2k, b = 3k, c = 5k, k \neq 0$. $\frac{5a-b-c}{6a+3b-2c} = \frac{2}{11}$ și demonstrarea dublei inegalități.	1p 1p
b) $x \cdot (y-5) = -6$ și identificarea divizorilor lui -6 Soluțiile sunt: $(-1,11), (1,-1), (-2,8), (2,2), (-3,7), (3,3), (-6,6), (6,4)$	1p 1p
c) $a = 17, b = 5, c = -16$ $a^2 + a \cdot b - a \cdot c = 646$	1p 1p

SUBIECTUL II (7p)

a) Determinați cel mai mic număr natural nenul care îndeplinește simultan condițiile: împărțit la 30 dă restul 17, împărțit la 45 dă restul 32 și împărțit la 60 dă restul 47.

b) Se consideră două numere naturale a și b, cu a > b, având suma 360. Știind că c.m.m.d.c = 24, iar câtul dintre numărul mai mare și c.m.m.d.c este cu 1 mai mare decât câtul dintre numărul mai mic și c.m.m.d.c, determinați numerele a și b.

OFICIU	1p
a) Fie n cel mai mic număr natural nenul. Observăm că $30 - 17 = 45 - 32 = 60 - 47 = 13 \Rightarrow \mathrm{n} + 13$ este divizibil simultan cu $30, 45$ și $60 \Rightarrow$ $\mathrm{n} + 13$ divizibil cu $[30,45,60]$. $[30,45,60] = 180 \Rightarrow \mathrm{n} = 167$.	1p 2p
b) Fie $d = (a,b) = 24 \Rightarrow a = 24m$ și $b = 24n,\ m,n \in \mathbb{N}, (m,n) = 1$ Din a $> b \Rightarrow \mathrm{m} = \mathrm{n} + 1$ $a + b = 360 \Rightarrow 24m + 24n = 360 \Rightarrow m + n = 15$ $n = 7, m = 8 \Rightarrow a = 192, b = 168$.	1p 1p 1p

SUBIECTUL III (7p)

În triunghiul echilateral ABC, punctul M aparține laturii AC. Bisectoarea unghiului ABM intersectează paralela prin A la BC în punctul N. Pe prelungirea semidreptei (AC se ia punctul P astfel încât CP = AN. Demonstrați că:

a) $BN \equiv BP$;

b) $AN + CM = BM$;

c) ΔNBP $echilateral$.

OFICIU	1p
a) Realizarea desenului	1p
$AN \parallel BC, AC - secantă \Rightarrow \sphericalangle BCA \equiv \sphericalangle NAC (alterne\ interne)$	1p
$Din \sphericalangle BCA = 60^\circ \Rightarrow \sphericalangle BAN = 120^\circ$	
$\sphericalangle BCP = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \Rightarrow \sphericalangle BAN \equiv \sphericalangle BCP$	
Comparăm triunghiurile ΔBAN și ΔBCP	1p
$\left.\begin{array}{c} AN \equiv CP(ipoteză) \\ AB \equiv BC(\Delta ABC\ echilateral) \\ \sphericalangle BAN \equiv \sphericalangle BCP \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta BAN \equiv \Delta BCP\ (L.U.L) \Rightarrow$	
$BN \equiv BP$	
$AN + CM = CP + CM = PM$	1p
$Din\ \Delta BAN \equiv \Delta BCP \Rightarrow \sphericalangle BNA \equiv \sphericalangle BPC$ și $\sphericalangle ABN \equiv \sphericalangle PBC$	
$AN \parallel BC, BN - secantă \Rightarrow \sphericalangle BNA \equiv \sphericalangle NBC (alterne\ interne)$	
Deci $\sphericalangle BPC \equiv \sphericalangle NBC$.	
$(BN\ bisectoarea \sphericalangle ABM \Rightarrow \sphericalangle ABN \equiv \sphericalangle NBM$	1p
$\sphericalangle MBP = \sphericalangle MBC + \sphericalangle PBC = \sphericalangle MBC + \sphericalangle ABN = \sphericalangle NBC = \sphericalangle BPC$	
$\Rightarrow \Delta MBP\ isoscel \Rightarrow BM \equiv MP \Rightarrow AN + CM = BM.$	
Din subpunctul a) $\Rightarrow \Delta NBP\ isoscel$	1p
$\sphericalangle NBP = \sphericalangle NBC + \sphericalangle CBP = \sphericalangle NBC + \sphericalangle ABN = \sphericalangle ABC = 60^\circ$.	
$Deci \Delta NBP\ echilateral$	