BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE – clasa a V – a

Subiectul I (7 puncte)

Cercetați care dintre numerele

$a = 2^2 \cdot (2^{15})^{18} : (2^{45})^6 + 2^{98} : (2^{19})^5 + 2^{63} : (2^{15})^4 + 5$ și

$b = (43^{2017} : 1849^{1008}) : (2^{50} - 2^{49} - 2^{48} - .... - 2^2 - 2^1 - 1) + 21$ este pătrat perfect și care este cub perfect.

Soluție:

Calcul pentru $a=2^2 \cdot 2^{270} : 2^{270} + 2^{98} : 2^{95} + 2^{63} : 2^{60} + 5 = 2^2 + 2^3 + 2^3 + 5 = 4+8+8+5 = 20+5 = 25$ 2p

$25=5^2$ pătrat perfect 1p

Calcul $43^{2017} : 1849^{1008} = 43$... 1p

Calcul $2^{50}-2^{49}-2^{48}-....-2^2-2^1-1 = 1$ 1p

$b=(43^{2017}:1849^{1008}) : (2^{50}-2^{49}-2^{48}-....-2^2-2^1-1)+21 = 43+21 = 64 = 8^2 = 4^3$

este și pătrat perfect și cub perfect. 1p

Oficiu 1p

Subiectul al II-lea (7 puncte)

Fie şirul de numere naturale: 207, 211, 215, …

a) Completaţi şirul cu încă 4 numere;

b) Precizaţi dacă 2007 este termen al şirului, iar în caz afirmativ precizaţi al câtelea termen este.

c) Calculaţi suma primilor 207 termeni.

Soluţie:

a) 207, 211, 215, 219, 223, 227, 231 .... **2 p**

b) Fiecare termen este suma numărului 207 cu un multiplu de 4 şi

$2007 = 207 + 4 \cdot 450$, deci 2007 este termen al şirului ....**1 p**

2007 este al 451-lea termen al şirului ....**1 p**

c) $S = 207 + (207 + 4 \cdot 1) + (207 + 4 \cdot 2) + … + (207 + 4 \cdot 206)$ ....**1 p**

$= 207 \cdot 207 + 4(1 + 2 + … + 206) = 207 \cdot 207 + 4 \cdot \dfrac{207 \cdot 206}{2} =$

$207 \cdot (207 + 2 \cdot 206) = 207 \cdot 619 = 128133$ **1p**

Oficiu 1p

Subiectul al III-lea (7 puncte)

Un număr format cu n cifre, $n \geq 2$, se numeşte „stabil” dacă adunat cu răsturnatul său dă un număr de $n+1$ cifre egal cu răsturnatul său.

a) Aflaţi numerele „stabile” de două cifre.

b) Arătaţi că există cel puţin un milion de numere „stabile” cu 2009 cifre.

Soluție:

a) Avem $\overline{ab}+\overline{ba}=\overline{xyx} \Leftrightarrow$ x=1 .... 1p

Deci 11(a+b) = $\overline{1y1}$ și y = 2 a+b = 11 .... 1p

In concluzie numerele sunt 29, 38,47, 56, 65, 74, 83, 92. ....1p

b) Exemplu de numar “stabil” cu 2009 cifre: $2\overbrace{00...0}^{1001}290\overbrace{290...0}^{1001}9$

Se pot inlocui, simetric 2 zerouri cu 29 s.a.m.d. până cel mult $20\underbrace{2929.......29}_{1002}0\underbrace{29.....29}_{1002}09$ .. 2p

Deci, se pot obtine $4 \cdot \dfrac{500 \cdot 501}{2}$ numere, deci cel putin 1 milion de numere. 1p

Oficiu 1p