CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

“MATE BT”-Edițiaa IX-a

CLASA a V-a

Subiectul I (7 puncte)

a) Determinaţi câte numere naturale verifică inegalităţile:
$2 + 4 + 6 + ... + 2024 \leq n < 1 + 3 + 5 + ... + 2025$
b) Numărul natural $\overline{abcd}$ împărţit la numărul $\overline{bcd}$ dă câtul $3a+1$ şi restul $2a+11$. Să se determine suma cifrelor numărului $\overline{abcd}$.

Subiectul II (7 puncte)

La o florărie sunt de vânzarelalele, trandafirişibujori. Un buchet cu douălalele, treitrandafirişi un bujorcostă 23 de lei. Dacă sunt treilalele, doitrandafirişidoibujori, atuncicostă 24 de lei, iarpentrudouălalele, doitrandafirişipatrubujoripreţuleste de 30 de lei.

a) Câtcostă, împreună, o lalea, un trandafirşi un bujor?
b) Determinaţipreţuluneilalele, preţulunuitrandafirşipreţulunuibujor.

Subiectul III (7 puncte)

Se considerășirul de numere: 1,1, 4, 6,4,4, 10, 12,7,7, 16,18,…, 58, 58, 118, 120.

a) Să se determine câtenumereconțineacestșir.

b) Să se demonstrezecăsumanumereloracestuișirestedivizibilă cu 6.

c) Să se determine care este al 52-lea termen al șiruluiși pe cepoziție se aflănumărul52înacestșir.

Barem

Subiectul I

a) $2 + 4 + 6 + ... + 2024 = 2(1 + 2 + 3 + ... + 1012) = 1012 * 1013$ 1p

$1 + 3 + 5 + ... + 2025 = \mathbf{1} + \mathbf{1} + 2 + \mathbf{1} + 4 + \mathbf{1} + 6 + ... + \mathbf{1} + 2024 =$

$= \mathbf{1013} + 2(1 + 2 + 3 + ... + 1012) = \mathbf{1013} + 1012 * 1013$ 1p

$1012 * 1013 \leq n < \mathbf{1013} + 1012 * 1013$ adică $0 \leq n < \mathbf{1013}$ deci sunt 1013 numere naturale care verifică inegalităţile 1p

b) $\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d$

$1000a + 100b + 10c + d = (100b + 10c + d)*(3a+1) + 2a + 11$ deci 1p

$1000a = 3a(100b + 10c + d) + 2a + 11 = a[3(100b + 10c + d) + 2] + 11$ deci $a = 1$ 1p

$1000 = 300b + 30c + 3d + 13$ deci $329 = 100b + 10c + d$ 1p

$a = 1, b = 3, c = 2, d = 9$ deci $a + b + c + d = 15$ 1p

Subiectul II

(1) $2l + 3t + 1b = 23$ lei, (2) $3l + 2t + 2b = 24$ lei, (3) $2l + 2t + 4b = 30$ lei 1p

adunămrelaţiileşiobţinem $7l + 7t + 7b = 77$ lei 2p

de unde (4) $l + t + b = 11$ lei 1p

Din Relatia (2) – 2*Relatia(4) obţinem $l = 2$ lei 1p

Din Relatia (3) – 2*Relatia(4) obţinem $2b = 8$ lei adică $b = 4$ lei 1p

Din relaţia 4 obţinem $t = 5$ lei. 1p

Subiectul III

a) Se observă că fiecare al patrulea termen al şirului este divizibil cu 6 1p

Deducem că sunt $120 : 6 = 20$ de grupe de câte patru termeni care au al patrulea termen divizibil cu 6, deci sunt, în total, 80 de termeni 1p

b) In fiecare din cele 20 de grupe de câtepatrutermeni

1,1, 4, 6 / 4,4, 10, 12 / 7,7, 16, 18 / …, 58, 58, 118, 120

se găsesccâtedoitermeni de forma 3k –2, un termen de forma 2(3k – 1), un termen de forma 6k. 2p

Suma uneigrupe de patrutermenieste 2(3k –2) + 2(3k – 1) + 6k = 6(3k – 1), decisuma termenilorşiruluieste 20 * 6(3k – 1) şi este divizibilă cu 6. 1p

c) Numărul 52 este multiplu de patru, deci al 52-lea termen este ultimul din a 13-a grupă. Deducem ca termenul de pe poziţia 52 este 78. 1p

Numărul 52 este de forma 2*26 = 2(3*9– 1)decieste al treilea număr din grupa a noua, adică se află pe poziţia 35. 1p