



**CONCURSUL INTERJUDEȚEAN  
DE MATEMATICĂ  
„MATE BT” - Ediția a IX - a  
CLASA a VIII - a**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(2025-x) = x+1 - f(0)$

a) Determinați  $f(0)$ ;

b) Calculați suma  $f(1) + f(2) + \dots + f(2025)$ .

2. Se consideră expresia

$$E(x) = \left( \frac{3}{x+2} - \frac{x}{1-x} + \frac{9}{x^2+x-2} \right) : \left( 1 + \frac{2}{x+1} \right), x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; -2; -1; 1\}.$$

a) Arătați că  $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$ ;

b) Arătați că  $E(x) = \frac{x+1}{x-1}$ ;

c) Calculați  $E(2) \cdot E(4) \cdot E(6) \cdot \dots \cdot E(2024) =$ .

3. În tetraedrul regulat  $ABCD$  cu  $AB=6\text{cm}$ , se consideră punctele  $M \in AB, N \in BC, P \in CD, Q \in AD$ , astfel încât  $AM=BN=CP=DQ=2\text{ cm}$ .

a) Calculați aria totală și volumul tetraedrului;

b) Arătați că dreapta  $MP \perp (NOQ)$ , unde  $O$  este mijlocul segmentului  $MN$ .

Toate subiectele sunt obligatorii.

Țimp de lucru: 120 minute



BAREM -clasa a-VIII-a

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(2025-x)=x+1- f(0)$

- a) Determinați  $f(0)$ ;
- b) Calculați suma  $f(1)+f(2)+...+f(2025)$ .

Barem

- a)  $x=2025, \Rightarrow f(0)=2026-f(0) \Rightarrow f(0)=1013$ .....2p
- b)  $x:=2025-x, \Rightarrow f(x)=2025-x+1-1013. \Rightarrow f(x)=1013-x$ .....3p
- $f(1)+f(2)+...+f(2025)=1012+1011+...+(-1012)=0$ .....2p

2. Se consideră expresia

$$E(x) = \left( \frac{3}{x+2} - \frac{x}{1-x} + \frac{9}{x^2+x-2} \right) : \left( 1 + \frac{2}{x+1} \right), x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; -2; -1; 1\}.$$

- a) Arătați că  $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$ ;
- b) Arătați că  $E(x) = \frac{x+1}{x-1}$ ;
- c) Calculați  $E(2) \cdot E(4) \cdot E(6) \cdot \dots \cdot E(2024) =$ .

Barem

- a)  $(x - 1)(x + 2) = x^2 + 2x - x - 2 = x^2 + x - 2,$  .....1p
- b) Calculul expresiei  $E(x)$  .....4p
- c)  $E(2) \cdot E(4) \cdot E(6) \cdot \dots \cdot E(2024) = \frac{3}{1} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{7}{5} \cdot \dots \cdot \frac{2025}{2023} = 2025$ .....2p

3. În tetraedrul regulat  $ABCD$  cu  $AB=6cm$ , se consideră punctele  $M \in AB, N \in BC, P \in CD, Q \in AD$ , astfel încât  $AM=BN=CP=DQ=2 cm$ .

- a) Calculați aria totală și volumul tetraedrului;
- b) Arătați că dreapta  $MP \perp (NOQ)$ , unde  $O$  este mijlocul segmentului  $MN$ .

Barem

- a)  $\mathcal{A}_t = l^2\sqrt{3} = 36\sqrt{3} cm^2, \mathcal{V} = \frac{l^3\sqrt{3}}{12} = 18\sqrt{3} cm^3$ .....2p
- b) Folosind cazul de congruență L.U.L. se arată că  $[MN] \equiv [NP] \equiv [PQ] \equiv [QM]$ .....2p
- $\Delta MNP$  isoscel,  $NO$  mediană  $\Rightarrow NO \perp MP$ .....1p
- $\Delta MQP$  isoscel,  $QO$  mediană  $\Rightarrow QO \perp MP$ .....1p
- Concluzie:  $MP \perp (NOQ)$ .....1p