



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

“MATE BT”-Ediția a IX-a

CLASA a VI-a

SUBIECTUL I (7p)

a) Numărul \overline{abcd} se numește „important” dacă este divizibil cu suma cifrelor sale. Demonstrează că 2025 este „important”.

b) Calculează valoarea expresiei:

$$E = \frac{-1^{2n+1} + (-1)^{2n+2} + (-1)^{n^2+n}}{(1^0)^{2025} + (-1)^{n^2-n}}, \quad \text{unde } n \text{ este număr natural.}$$

c) Rezolvați în \mathbb{Q} ecuația $\frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}} = \frac{2024}{2025}$.

SUBIECTUL II

Numerele $a \cdot b$ și $a+b$ sunt direct proporționale cu 27 și 5, iar $a \cdot c$ și $a-c$ sunt direct proporționale cu 9 și 7. Calculează valoarea raportului $\frac{b+c}{b \cdot c}$.

SUBIECTUL III

Se dă $\triangle ABC$ dreptunghic cu $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ și $m(\sphericalangle C) = 30^\circ$. Perpendiculara în B pe BC intersectează dreapta AC în M. Fie $AN \perp MB$,

$N \in MB$ și $AP \perp BC$, $P \in BC$. Demonstrați că:

- $BP = \frac{1}{4}BC$;
- $AC = 3MA$;
- $2NP = BC$;

Notă:

Timp de lucru: 2 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.



BAREM DE CORECTARE

“MATE BT”-Ediția a IX-a

Clasa a VI-a

SUBIECTUL I

d) Numărul \overline{abcd} se numește „important” dacă este divizibil cu suma cifrelor sale. Demonstrează că 2025 este „important”.

e) Calculează valoarea expresiei:

$$E = \frac{-1^{2n+1} + (-1)^{2n+2} + (-1)^{n^2+n}}{(1^0)^{2025} + (-1)^{n^2-n}}, \quad \text{unde } n \text{ este număr natural.}$$

f) Rezolvați în \mathbb{Q} ecuația $\frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}} = \frac{2024}{2025}$

OFICIU	1p
a) $2+0+2+5=9$	1p
$2025=225 \cdot 9$	1p
b) $E = \frac{-1+1+1}{1+1}$	1p
$E = \frac{1}{2}$	1p
c) $1 - x = -2024$	1p
$x = 2025$	1p

SUBIECTUL II

Numerele $a \cdot b$ și $a+b$ sunt direct proporționale cu 27 și 5, iar $a \cdot c$ și $a-c$ sunt direct proporționale cu 9 și 7. Calculează valoarea raportului $\frac{b+c}{b \cdot c}$.

OFICIU	1p
$\frac{a \cdot b}{27} = \frac{a+b}{5} \Rightarrow \frac{a+b}{a \cdot b} = \frac{5}{27}$	1p
$\frac{a \cdot c}{9} = \frac{a-c}{7} \Rightarrow \frac{a-c}{a \cdot c} = \frac{7}{9}$	1p



$\frac{a}{a \cdot b} + \frac{b}{a \cdot b} = \frac{5}{27} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{5}{27}$	1p
$\frac{a}{a \cdot c} - \frac{c}{a \cdot c} = \frac{7}{9} \Rightarrow \frac{1}{c} - \frac{1}{a} = \frac{7}{9}$	1p
$\frac{1}{c} + \frac{1}{b} = \frac{5}{27} + \frac{7}{9} = \frac{26}{27} = \frac{b+c}{b \cdot c}$	2p

SUBIECTUL III

Se dă ΔABC dreptunghic cu $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ și $m(\sphericalangle C) = 30^\circ$. Perpendiculara în B pe BC intersectează dreapta AC în M. Fie $AN \perp MB$,

$N \in MB$ și $AP \perp BC$, $P \in BC$. Demonstrați că:

- d) $BP = \frac{1}{4}BC$;
- e) $AC = 3MA$;
- f) $2NP = BC$;

OFICIU	1p
a) Aplică th. $\sphericalangle 30^\circ$ în ΔABC ; Aplică th. $\sphericalangle 30^\circ$ în ΔBPA ;	1p 1p
b) $MA = \frac{1}{2} \cdot MB = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot MC = \frac{1}{4}MC$;	1p
$MA = \frac{1}{4}MA + \frac{1}{4}AC \Leftrightarrow \frac{3}{4}AM = \frac{1}{4}AC \Rightarrow AC = 3AM$;	1p
c) $\sphericalangle NBA \equiv \sphericalangle BAP \Rightarrow \sphericalangle BPN = 60^\circ \Rightarrow \sphericalangle BNP = 30^\circ$;	1p
$NP = 2BP = 2 \cdot \frac{1}{4}BC \Rightarrow 2NP = BC$;	1p