1. **Se consideră numărul natural** $n = \frac{\overline{abc} + 2014}{\overline{abc} - 10}$**. Determinați suma valorilor numărului** $\overline{abc}$.

1. Barem

$\overline{abc}$+ 2014 divizibil cu $\overline{abc}$ – 10 => ....,........................... **1p**

$\overline{abc}$ – 10 + 2024 divizibil cu $\overline{abc}$ – 10 => **1p**

2024 divizibil cu $\overline{abc}$ – 10 => **1p**

$\overline{abc}$ – 10 ∈ {92, 184, 253, 506} => **2p**

$\overline{abc}$ ∈ 102, 194, 263, 516} ………………………………………………………………….. **1p**

Suma numereloreste 1075 ……………………………………………………………… **1p**

2. Se considerăexpresia $E(x) = \left[2x - \left(\frac{2x-3}{x+1} - \frac{x+1}{2-2x} - \frac{x^2+3}{2x^2-2}\right)\right] : \frac{x^2+1}{x^2+x}$ **, pentru** $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$.

a) Arătațică$E(x) = 2x$.

b) Rezolvațiinecuația$|3 - E(x)| - 3 \leq 0$**, unde** $x \in \mathbb{Z} \setminus \{-1, 0, 1\}$.

c) Demonstrațică$E(n) + E(n^2)$ **se divide cu 4, pentruoricenumăr natural** $n \geq 2$.

2. Barem

Se aduceînparantezarotundă la acelaşinumitor, $2(x-1)(x+1)$……………………**1p**

Princalcule se obţine$E(x) = \left(2x - \frac{2x-2}{x+1}\right) : \frac{x^2+1}{x^2+x}$, ………………………………**1p**

de unde$E(x) = 2x$.……………………………………………………………..**1p**

b) Aveminecuaţia$|3 - 2x| \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq 3 - 2x \leq 3$……………………………**1p**

Obţinem$x \in \{0, 1, 2, 3\}$şi cum $x \in \mathbb{Z} \setminus \{-1, 0, 1\}$, găsim $x \in \{2, 3\}$… … … … … … **1p**

c)Avem$E(n) + E(n^2) = 2n + 2n^2 = 2n(n+1)$………………………………………**1p**

Cum un produs de numere natural consecutive estedivizibil cu 2 obţinemcă$E(n) + E(n^2)$ se divide cu 4. ……………………………………………………………………………..**1p**

3. Fie cubul ABCDA'B'C'D' cu latura egală cu 15 cm. Pe muchiile C'D' și CC' se iaupunctele M și N astfel încât D'M = C'N = 5 cm.

a) Dacă dreapta MN intersectează muchia CD în punctul P, arătați că *CP = 2CN*.

b) Calculați distanța de la punctul B la dreapta MN.

3. Barem

a) ΔNCP ~ ΔNC'M ……………………………………………………………**1p**

$\frac{CN}{NC'} = \frac{CP}{C'M} => \frac{CN}{5} = \frac{CP}{10} => CP = 2CN$………………………………………………………**1p**

b) BC ⊥ (DCC') , CQ ⊥ NP, Q ∈ NP, => (T3P) BQ ⊥ NP => BQ ⊥ MN => distanța de la punctul B la dreapta MN este egală cu BQ **2p**

PN = 10√5 =>CQ = 4√5 ....**2p**

BQ = √305 ....**1p**

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN
DE MATEMATICĂ
"MATE BT" – Ediția a VIII – a
CLASA a VIII – a

1. **Se consideră numărul natural** $\boldsymbol{n = \frac{\overline{abc} + 2014}{\overline{abc} - 10}}$**. Determinați suma valorilor numărului** $\boldsymbol{\overline{abc}}$.

2. Se consideră expresia $\boldsymbol{E(x) = \left[2x - \left(\frac{2x-3}{x+1} - \frac{x+1}{2-2x} - \frac{x^2+3}{2x^2-2}\right)\right] : \frac{x^2+1}{x^2+x}}$ **, pentru** $\boldsymbol{x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}}$.

a) Arătați că $\boldsymbol{E(x) = 2x}$.

b) Rezolvați inecuația $\boldsymbol{|3 - E(x)| - 3 \leq 0}$**, unde** $\boldsymbol{x \in \mathbb{Z} \setminus \{-1, 0, 1\}}$.

c) Demonstrați că $\boldsymbol{E(n) + E(n^2)}$ **se divide cu 4, pentru orice număr natural** $\boldsymbol{n \geq 2}$**.**

3. Fie cubul ABCDA'B'C'D' cu latura egală cu 15 cm. Pe muchiile C'D' și CC' se iau punctele M și N astfel încât D'M = C'N = 5 cm.

a) Dacă dreapta MN intersectează muchia CD în punctul P, arătați că *CP = 2CN*.

b) Calculați distanța de la punctul B la dreapta MN.

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru: 120 minute