



## BAREM DE CORECTARE ȘI EVALUARE CLASA a VII-a

### Subiectul I ( 7 puncte)

Fie numerele raționale  $a = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2024} - \frac{1}{2025}$  și

$$b = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2023} - \frac{1}{2024}$$

a) Calculați media aritmetică a numerelor  $a$  și  $b$ .

b) Arătați că  $a < \frac{1012}{2025} < b$ .

**Soluție:** a)  $m_a = \frac{a+b}{2}$  ..... 1p

$$a + b = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2024} - \frac{1}{2024} - \frac{1}{2025}$$
 ..... 1p

$$m_a = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2025}\right) : 2 = \frac{1012}{2025}$$
 ..... 1p

$$b) a = \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{2014 \cdot 2015}$$
 ..... 0,5p

$$b = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2013 \cdot 2014}$$
 ..... 0.5p

$$a < b$$
 ..... 1p

Avem  $a \leq m_a \leq b$  și  $a < b$ , atuncia  $a < m_a < b$  rezultă,  $a < \frac{1012}{2025} < b$  ..... 1p

Oficiu ..... 1p

### Subiectul al II-lea ( 7 puncte)

Să se determine valoarea lui  $n$ , dacă  $\frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{4}{5 \cdot 9} + \frac{8}{9 \cdot 17} + \dots + \frac{2^n}{(2^{n+1})(2^{n+1}+1)} = \frac{2(2^{2022}-1)}{3(2^{2023}+1)}$ .

**Soluție:**  $\frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{4}{5 \cdot 9} + \frac{8}{9 \cdot 17} + \dots + \frac{2^n}{(2^{n+1})(2^{n+1}+1)} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{17} + \dots + \frac{1}{2^{n+1}} - \frac{1}{2^{n+1}+1}$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{2^{n+1}+1} = \frac{2(2^n-1)}{3(2^{n+1}+1)}$$
 ..... 3p

$$\frac{2(2^n-1)}{3(2^{n+1}+1)} = \frac{2(2^{2022}-1)}{3(2^{2023}+1)}$$
, rezultă  $n = 2022$  ..... 3p

Oficiu ..... 1p

### Subiectul al III-lea ( 7 puncte)

În triunghiul  $ABC$  din punctul  $A$  ducem perpendicularele pe bisectoarele exterioare ale unghiurilor  $B$  și  $C$ . Picioarele perpendicularelor fiind  $M$  și respectiv  $N$  și  $BC \cap CN = \{I\}$ .

a) Să se demonstreze că  $AI$  este bisectoarea unghiului  $A$ .

b) Să se demonstreze că  $MN = \frac{P_{ABC}}{2}$ .

**Soluția**  $\left. \begin{matrix} \sphericalangle ABM \equiv \sphericalangle DBM \\ BM \perp AD \end{matrix} \right\} \Rightarrow \Delta BMA \equiv \Delta BMD$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{matrix} (MA) \equiv (MD) \\ ((BA) \equiv (BD))(1) \end{matrix} \right. \dots\dots\dots 1p$$

$$\left. \begin{matrix} (MA) \equiv (MD) \\ IM \perp AD \end{matrix} \right\} \Rightarrow \Delta IMA \equiv \Delta IMD \Rightarrow (ID) \equiv (IA)(2).$$

Din (1) și (2)  $\Rightarrow \Delta IBD \equiv \Delta IBA \Rightarrow \sphericalangle IDB \equiv \sphericalangle IAB$  ..... 1p

Analog se arată că  $(CA) \equiv (CE)$ ,  $(IA) \equiv (IE)$  și  $\sphericalangle IAC \equiv \sphericalangle IEC$ .

Din  $(ID) \equiv (IA) \equiv (IE) \Rightarrow \sphericalangle IDB \equiv \sphericalangle IEC$  și  $\sphericalangle IAB \equiv \sphericalangle IAA$  ..... 1p

Deci  $AI$  bisectoarea unghiului  $A$ . ..... 1p

$$b) MN \text{ este linie mijlocie în } \Delta ADE \Rightarrow MN = \frac{DE}{2} = \frac{DB+BC+CE}{2} = \frac{AB+BA+CA}{2}$$
 ..... 2p

Oficiu ..... 1p

**1p Observație:** orice altă varietate de rezolvare corectă, va fi punctată corespunzător!



**CONCURSUL INTERJUDEȚEAN  
DE MATEMATICĂ  
“MATE BT” – Ediția a VIII – a  
CLASA a VII – a**

**Subiectul I ( 7 puncte)**

Fie numerele raționale  $a = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2024} - \frac{1}{2025}$  și

$$b = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2023} - \frac{1}{2024}.$$

- a) Calculați media aritmetică a numerelor  $a$  și  $b$ .
- b) Arătați că  $a < \frac{1012}{2025} < b$ .

**Subiectul al II-lea ( 7 puncte)**

Să se determine valoarea lui  $n$ , dacă  $\frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{4}{5 \cdot 9} + \frac{8}{9 \cdot 17} + \dots + \frac{2^n}{(2^n+1)(2^{n+1}+1)} = \frac{2(2^{2022}-1)}{3(2^{2023}+1)}$ .

**Subiectul al III-lea ( 7 puncte)**

În triunghiul  $ABC$  din punctul  $A$  ducem perpendicularele pe bisectoarele exterioare ale unghiurilor  $B$  și  $C$ . Picioarele perpendicularelor fiind  $M$  și respectiv  $N$  și  $BC \cap CN = \{I\}$ .

- a) Să se demonstreze că  $AI$  este bisectoarea unghiului  $A$ .
- b) Să se demonstreze că  $MN = \frac{P_{ABC}}{2}$ .

Toate subiectele sunt obligatorii.  
Timp de lucru: 120 minute